



Олександр БАРМАК
Едуард МАНЗЮК
Павло РАДЮК

ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ

ТЕОРЕТИЧНИЙ КУРС ТА
ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ:
НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК



О.В.Бармак, Е.А.Манзюк, П.М.Радюк

**ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ.
ТЕОРЕТИЧНИЙ КУРС ТА
ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ:
НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК**

Хмельницький 2023

УДК 510.5
Т70

*Рекомендовано Вченою радою
Хмельницького національного університету
як навчальний посібник для студентів ВНЗ*

Рецензенти:

Ю.В.Крак – член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедрою теоретичної кібернетики Київського національного університету ім. Т.Г.Шевченка

В.І.Литвиненко – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедрою інформатики і комп'ютерних наук Херсонського технічного університету.

Л.П.Бедратюк – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедрою інженерії програмного забезпечення Хмельницького національного університету.

Бармак О.В., Манзюк Е.А., Радюк П.М.

Т70 Теорія алгоритмів. Теоретичний курс та лабораторний практикум:
Навчальний посібник. – Хмельницький: ХНУ, 2023 – 168 с.

У навчальному посібнику розглядається теоретичний курс та лабораторний практикум з дисципліни «Теорія алгоритмів». Усі теми супроводжуються питаннями для самоконтролю, наведені лабораторні роботи, виконання яких дозволить закріпити викладений матеріал.

Для студентів вищих навчальних закладів спеціальності «Комп'ютерні науки».

УДК 510.5

ПЕРЕДМОВА

Широкое розповсюдження інформаційних технологій, науково-технічний прогрес, проникнення інформаційно-комунікаційних технологій в усі сфери людської діяльності висувають нові, підвищені вимоги до підготовки фахівців для галузі знань 12 "Інформаційні технології". Сучасний професіонал у цій галузі повинен володіти цілим рядом компетенцій, серед яких особливе місце займають загальнонаукові та загально технічні компетенції, або, іншими словами – фундаментальні знання.

У загальному випадку теорія алгоритмів розглядає такі питання як формалізація поняття "алгоритм" та дослідження формальних алгоритмічних систем; формальне доведення алгоритмічної нерозв'язаності ряду завдань; класифікація завдань, визначення і дослідження класів складності; асимптотичний аналіз складності алгоритмів; дослідження та аналіз рекурсивних алгоритмів; отримання явних функцій трудомісткості для порівняльного аналізу алгоритмів; розробка критеріїв порівняльного оцінювання якості алгоритмів.

Одержані в теорії алгоритмів теоретичні результати знаходять достатньо широке практичне застосування. При цьому під час дослідження деякого завдання результати теорії алгоритмів дозволяють відповісти на ряд важливіших питань. Чи є це завдання принципово алгоритмічно розв'язним за контрольований час для отримання точного розв'язку у випадку значної розмірності вихідних даних. Крім цього, завдяки методам теорії алгоритмів стає можливим раціональний вибір алгоритму (з відомої множини алгоритмів) розв'язання даної задачі з урахуванням особливостей їх застосування; отримання часових оцінок розв'язання складних задач; отримання вірогідних оцінок неможливості розв'язання деякої задачі за певний час; розробку та вдосконалення ефективних алгоритмів на основі практичного аналізу тощо.

Вивчення дисципліни "Теорія алгоритмів" ґрунтується на знаннях та вміннях, які студенти отримали під час вивчення дисциплін: "Алгоритмізація та програмування", "Вища математика", "Дискретна математика", "Об'єктно-орієнтоване проектування".

Мета навчальної дисципліни: отримання студентами ґрунтовної математичної підготовки та знань теоретичних, методичних і алгоритмічних основ інформаційних технологій для їх використання під час розв'язання прикладних і наукових завдань в області комп'ютерних наук, забезпечення теоретичної підготовки фахівців для дослідження, проектування, впровадження та використання інформаційних систем.

Програма дисципліни передбачає навчання в формі лекцій та лабораторних робіт. Для практичного засвоєння основних тем дисципліни лабораторні роботи проводяться з застосуванням комп'ютерів, локальних мереж та мережі Internet.

Завданням вивчення дисципліни "Теорія алгоритмів" є теоретична та практична підготовка майбутніх фахівців питань математичних основ аналізу алгоритмів; алгоритмічних стратегій; основ теорії обчислюваності; рекурсивних алгоритмів; фундаментальних алгоритмів на графах і деревах.

Предметом навчальної дисципліни є алгоритми комп'ютерної обробки інформації, а також методи їх дослідження та аналізу.

Навчальний посібник структурно складається з передмови, двох основних розділів зі списками літератури до кожного. Матеріал розділу «Теоретичний курс» базується на означеннях та формалізмі які на даний час стали стандартом викладання дисципліни та започатковані у праці Cormen, Thomas H.; Leiserson, Charles E.; Rivest, Ronald L.; Stein, Clifford (2022) [1990]. Introduction to Algorithms (4th ed.). MIT Press and McGraw-Hill. та містить наступні основні теми: алгоритми та обчислення, аналіз алгоритмів, метод декомпозиції, рекурентні співвідношення, алгоритм швидкого сортування, сортування за лінійний час, структури даних: піраміди, хеш-таблиці, бінарні дерева пошуку, додаткові структури даних, жадібні алгоритми В кінці кожної теми наводяться запитання для самоконтролю, посилання на відповідну лабораторну роботу та завдання для самостійної роботи. Розділ «Лабораторний практикум» містить завдання та описи ходу виконання лабораторних робіт та завдань для самостійного виконання, які закріплюють отримані теоретичні знання.

ПЕРЕДМОВА	5
РОЗДІЛ І. ТЕОРЕТИЧНИЙ КУРС	6
ТЕМА 1. АЛГОРИТМИ ТА ОБЧИСЛЕННЯ	6
1.1. Що таке алгоритм?	6
1.2. Для чого вивчати алгоритми?	7
1.3. Ефективність алгоритмів	8
1.4. Золоте правило розробників алгоритмів	9
Запитання для самоконтролю	11
Завдання на лабораторний практикум	11
ТЕМА 2. АНАЛІЗ АЛГОРИТМІВ	12
2.1. Сортування включенням	12
2.2. Машина з довільним доступом до пам'яті	14
2.3. Аналіз алгоритму сортування методом включення	15
2.4. Порядок зростання	17
2.5. Асимптотичні позначення	19
2.6. Порівняння функцій	23
Запитання для самоконтролю	24
Завдання на лабораторний практикум	24
ТЕМА 3. АЛГОРИТМИ: МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦІЇ	25
3.1. Метод декомпозиції	25
3.2. Аналіз алгоритму сортування злиттям	29
3.3. Підрахунок інверсій	31
3.4. Добуток матриць	35
3.5. Запитання для самоконтролю	37
Завдання на лабораторний практикум	37
ТЕМА 4. АЛГОРИТМИ: РЕКУРЕНТНІ СПІВВІДНОШЕННЯ	38
4.1. Метод підстановки	38
4.2. Метод дерев рекурсії	40
4.3. Основний метод	43
4.4. Доведення основної теореми	45
Запитання для самоконтролю	49
Завдання для самостійної роботи	49
ТЕМА 5. АЛГОРИТМИ: ШВИДКЕ СОРТУВАННЯ	50
5.1. Опис швидкого сортування	50
5.2. Ефективність швидкого сортування	53
5.3. Випадкова версія швидкого сортування	55
5.4. Аналіз алгоритму швидкого сортування	55
5.5. Порядкові статистики	58
5.6. Вибір за лінійний час	59
5.6. Запитання для самоконтролю	62
Завдання на лабораторний практикум	62
ТЕМА 6. АЛГОРИТМИ: СОРТУВАННЯ ЗА ЛІНІЙНИЙ ЧАС	63
6.1. Нижня оцінка алгоритмів сортування	63
6.2. Сортування підрахунком	65
6.3. Сортування за розрядами	67
6.4. Запитання для самоконтролю	69
Завдання на лабораторний практикум	69
ТЕМА 7 СТРУКТУРИ ДАНИХ: ПІРАМІДИ	70
7.1. Піраміди	70
7.2. Підтримка властивості піраміди	72

7.3. Створення піраміди.....	74
7.4. Алгоритм пірамідального сортування.....	76
7.5. Черги з пріоритетами.....	78
Запитання для самоконтролю.....	81
Практичні завдання для самостійного опрацювання.....	81
ТЕМА 8 СТРУКТУРИ ДАНИХ: ХЕШ-ТАБЛИЦІ.....	83
8.1. Таблиці з прямою адресацією.....	83
8.2. Хеш-таблиці.....	84
8.3. Уникнення колізій за допомогою ланцюгів.....	85
8.4. Хеш-функції.....	88
8.5. Відкрита адресація.....	90
Запитання для самоконтролю.....	96
Практичні завдання для самостійного опрацювання.....	96
ТЕМА 9 СТРУКТУРИ ДАНИХ: БІНАРНІ ДЕРЕВА ПОШУКУ.....	98
9.1. Бінарні дерева пошуку.....	98
9.2. Робота з бінарними деревами пошуку.....	99
9.3. Вставка та видалення.....	102
Запитання для самоконтролю.....	105
Практичні завдання для самостійного опрацювання.....	105
ТЕМА 10 ДОДАТКОВІ СТРУКТУРИ ДАНИХ.....	106
10.1. Червоно-чорні дерева.....	106
10.2. Динамічні порядкові статистики.....	107
10.3. Біноміальні піраміди.....	110
10.4. Операції над біноміальними пірамідами.....	112
Запитання для самоконтролю.....	116
Практичні завдання для самостійного опрацювання.....	116
ТЕМА 11. ЖАДІБНІ АЛГОРИТМИ.....	117
11.1. Задача складання розкладів.....	118
11.2. Складання розкладів з мінімізацією запізнь.....	120
11.3. Складання розкладів із вагами робіт.....	123
11.4. Мінімальні кістякові дерева. Алгоритм Прима.....	125
11.5. Алгоритм Крускала.....	129
Запитання для самоконтролю.....	130
Практичні завдання для самостійного опрацювання.....	130
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ ДО ТЕОРЕТИЧНОГО КУРСУ.....	132
РОЗДІЛ II. ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ.....	133
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1. АЛГОРИТМИ: РОЗРОБКА ТА АНАЛІЗ.....	133
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2. АЛГОРИТМ СОРТУВАННЯ МЕТОДОМ ЗЛИТТЯ.....	134
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3. АЛГОРИТМИ: РОЗРОБКА ТА АНАЛІЗ.....	135
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4. АЛГОРИТМ ШВИДКОГО СОРТУВАННЯ.....	136
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5. РОЗПІЗНАННЯ ШАБЛОНІВ.....	137
САМОСТІЙНА РОБОТА №6. ВИВЧЕННЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ ПІРАМІД.....	141
САМОСТІЙНА РОБОТА №7. ВИВЧЕННЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ ХЕШ-ТАБЛИЦЬ.....	148
САМОСТІЙНА РОБОТА №8. ВИВЧЕННЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ БІНАРНИХ ДЕРЕВ ПОШУКУ.....	156
САМОСТІЙНА РОБОТА №9. ВИВЧЕННЯ ЗАСТОСУВАННЯ ЖАДІБНИХ АЛГОРИТМІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ СКЛАДАННЯ РОЗКЛАДІВ.....	162
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ ДО ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМУ.....	167

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ ДО ТЕОРЕТИЧНОГО КУРСУ

1. *Cormen, Thomas H.; Leiserson, Charles E.; Rivest, Ronald L.; Stein, Clifford (2022) [1990]. Introduction to Algorithms (4th ed.). MIT Press and McGraw-Hill. ISBN 0-262-04630-X. 1312 pp.*

2. *Бармак О.В. Теорія алгоритмів: методичні вказівки до самостійного вивчення дисципліни для студентів спеціальності «Комп'ютерні науки та інформаційні технології». ХНУ, 2017, Електронне видання*

3. *Кормен Томас Г., Лейзерсон Чарлз Е., Рівест Роналд Л., Стайн Кліффорд Вступ до алгоритмів. К.: Видавництво К.І.С., 2023. 1288 с. ISBN 978-617-684-239-2*

4. Відео лекції MIT OpenCourseWare. Плей-лист MIT 6.006 Introduction to Algorithms, Spring, 2020.
<https://www.youtube.com/playlist?list=PLUI4u3cNGP63EdVPNLG3ToM6LaEUuStEY>

5. *Lipton, Richard J., and Regan, Kenneth W. (2021) Introduction to quantum algorithms via linear algebra (2nd ed.). Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 2021. ISBN 978-0-2620-4525-4. 280 pp.*

6. *Siles I., Gómez-Cruz E., Ricaurte P. Toward a popular theory of algorithms. Popular Communication. 2022. P. 1-14. URL: <https://doi.org/10.1080/15405702.2022.2103140>*

7. *Venkatesan, Guruswami; Rudra, Atri; Sudan, Madhu (2023). Essential coding theory. National Science Foundation under CAREER grant CCF-0844796. 550 pp. URL: <https://cse.buffalo.edu/faculty/atri/courses/coding-theory/book/web-coding-book.pdf>*

8. *Esparza, Javier and Blondin, Michael (2023). Automata theory: An algorithmic approach (2nd ed.). Cambridge, Massachusetts : The MIT Press. ISBN: 978-0-262-04863-7. 558 pp. [QA267 .E87 2023].*

9. *Pai G A Vijayalakshmi (2022). A textbook of data structures and algorithms 3: Mastering advanced data structures and algorithm design strategies. ISTE Ltd., 2022. ISBN:978-1-3941-9201-4. 368 pp.*

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ ДО ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМУ

1. *Byrne G.* Target C#: Simple hands-on programming with Visual Studio 2022. Apress Berkeley, CA, 2022. 1078 p. ISBN: 978-1-4842-8619-7
2. *Albahari J.* C# 10 in a nutshell. Sebastopol, CA : O'Reilly Media, Incorporated, 2022. 1061 p. ISBN: 978-1-098-12195-2
3. *Sharp J.* Microsoft Visual C# step by step. 10th ed. Microsoft Press, 2022. 832 p. ISBN: 978-0-13-762003-6
4. *Bouna P.* C# Object-oriented programming for beginners in C# and .NET. Packt Publishing, 2022. ISBN: 978-1-8032-3511-0
5. *Giordani L.* Clean architectures in Python: A practical approach to better software design. Lean Publishing, Inc., 2020. 177 p.
6. *Sundnes J.* Introduction to scientific programming with Python. Cham : Springer International Publishing, 2020. 148 p. ISBN: 978-3-030-50356-7
7. *Kalb I.* Object-oriented Python: Master OOP by building games and GUIs. No Starch Press, Inc., 2022. 541 p. ISBN: 978-1-7185-0207-9
8. *Troelsen A., Japikse P.* Building C# applications. Pro C# 10 with .NET 6. Berkeley, CA, 2022. P. 27–48. URL: https://doi.org/10.1007/978-1-4842-7869-7_2
9. *Ramalho L.* Fluent Python (2nd ed.). Sebastopol, CA : O'Reilly Media, Inc., 2022. 1011 p. ISBN: 978-1-492-05635-5
10. *Arefin S. E., Heya T. A., Al-Qudah H. et al.* Unmasking the giant: A comprehensive evaluation of ChatGPT's proficiency in coding algorithms and data structures. arXiv, 2023. P. 1–22. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2307.05360>

Навчальний посібник

ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Олександр Бармак,
Едуард Манзюк,
Павло Радюк

**ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ.
ТЕОРЕТИЧНИЙ КУРС ТА
ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ:
НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК**

Хмельницький національний університет, 2023

Підписано до друку 20.10.2023. Формат 60 × 84 1/16.
Папір офсетний. Друк цифровий. Гарн. Таймс. Ум. друк. арк. 9,67
Тираж 100 прим. Зам. № 3010

Авторський оригінал-макет

Віддруковано: ФОП Мельник А.А.

м. Хмельницький вул. Чорновола 37, тел (0382) 74-32-22
Свідоцтво Державного комітету інформаційної політики, телебачення та
радіомовлення України про внесення суб'єкта видавничої справи до
державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої

продукції. Серія ДК No1942 від 15.09.2008